Suites arithmétiques et géométriques

Exercice 1: Le service commercial d'un journal a constaté que chaque année, il enregistre 1000 nouveaux abonnés, mais que la moitié des anciens ne renouvellent pas leur abonnement. On suppose que cette évolution perdure. En l'an 2010, le journal comptait 4000 abonnés.

1) Si u_n est le nombre d'abonné en 2010 + n , quel sera en fonction de u_n le nombre d'abonnés u_{n+1} de l'année 2010 + (n + 1).

2) À l'aide d'un tableur, calculer le nombre d'abonnés au cours des années 2010 à 2015 et donner la représentation graphique de cette suite.

3) Vers quelle valeur va se stabiliser le nombre d'abonnés ? Répondre en utilisant un vocabulaire mathématique.

Exercice 2: Dans un étang en 2010, on a dénombré 10000 poissons. On estime qu'à la fin de chaque année, la population n'est égale qu'à un quart de la population de début d'année compte tenu de la pêche, de la mortalité et de la reproduction. À la fin de chaque année, on réintroduit 2000 poissons (alevinage).

1) Si u_n est la population à la fin de l'année 2010 + n (avant alevinage), quelle sera la population u_{n+1} à la fin de l'année 2010 + (n + 1) (avant alevinage) ?

2) À l'aide d'un tableur, calculer la population à la fin de chaque année (avant alevinage) jusqu'en 2025 et donner la représentation graphique de la suite u_n .

3) Vers quel nombre la population semble-t-elle se stabiliser ?

Exercice 3 : (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 . Calculer les 4 premiers termes si :

a) q = -3 et $u_0 = 5$ b) $q = \frac{1}{4}$ et $u_0 = 3$ c) q = 2 et $u_0 = 11$

Exercice 4 : Dans une suite géométrique, le permier terme est 2, le sixième est 64. La raison est-elle -2 , $\frac{1}{2}$ ou 2 ?

Exercice 5 : Indiquez si les suites suivantes sont arithmétiques, géométriques ou aucun des deux. Si oui, précisez sa raison et son premier terme :

a) $a_n=2^n$ b) $b_n=\frac{1}{n^3}$ c) $c_n=2n+1$ d) $d_n=-3\times\frac{1}{5^n}$ e) $e_n=3^{n+1}$

Exercice 6 : (u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 . Calculer les termes u_1 et u_{10} si :

a) q = -1 et $u_0 = 5$ b) $q = \frac{1}{2}$ et $u_0 = 1$ c) q = 3 et $u_0 = 2$ d) q = 0,1 et $u_0 = -2$

Exercice 7: Soient les suites (u_n) définies par :

a) $u_n=16\left(\frac{1}{2}\right)^n$ b) $u_n=-16\left(\frac{1}{2}\right)^n$ c) $u_n=3{,}2^n$

d) $u_n=-3{,}2^n$ e) $u_n=-3(-2)^n$ f) $u_n=-16\left(\frac{-1}{2}\right)^n$

1) Pour chaque suite, calculer à l'aide d'un tableur, les 9 premiers termes et tracer la représentation graphique de la suite.

2) Conjecturer sur le sens de variation et la limite de chaque suite.

Exercice 8 : Soit (a_n) la suite définie explicitement pour tout *n* par $a_n=(-1)^n$.
1) À l'aide d'un tableau de valeurs,conjecturer sur la limite éventuelle de la suite (a_n) .

2) Même question avec la suite $b_n=\frac{(-1)^n}{n}$.

Exercice 9 : Le but est l'étude de la désintégration d'un corps radioactif : le carbone 14.

Soit N_0 le nombre d'atomes de carbone 14 à l'instant *t* = 0, N_1 le nombre d'atomes un siècle après et de manière générale N_k au bout de *k* siècles. Le nombre d'atomes de carbone 14 dimunue très lentement, environ de 1,24% par siècle.

1) Donner l'expression de N_{k+1} en fonction de N_k , en déduire la nature de la suite (N_k) puis l'expression de N_k en fonction de N_0 et *k* .

2) Le carbone 14 est renouvelé constamment chez les êtres vivants. À leur mort, l'assimilation cesse et le carbone 14 présent se désintègre. Des archéologues ont retrouvé des fragments d'os dont la teneur en carbone 14 est 40% de celle d'un os actuel de même nature.

Calculer l'âge de ces fragments. On utilisera la calculatrice pour cette question.

Exercice 10 : En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 23% de son intensité lumineuse.

1) Soit I_0 l'intensité d'un rayon à son entrée dans la plaque et I_1 sont intensité à la sortie. Exprimer I_1 en fonction de I_0 .

2) On superpose *n* plaques de verre identiques. On note I_n l'intensité du rayon à la sortie de la *n*-ième plaque.

a) Exprimer I_n en fonction de I_{n-1} .

b) Quelle est la nature de la suite (I_n)

c) Donner son premier terme et sa raison. En déduire l'expression de I_n en fonction de I_0 et *n* .

3) Quelle est l'intensité initiale I_0 d'un rayon lumineux dont l'intensité lumineuse après avoir traversé 4 plaques est égale à 15 ?

4)Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le nombre minimal de plaques qu'un rayon lumineux doit traverser pour que son intensité sortante soit inférieure au quart de son intensité entrante.